

SOLIDOS PLATÓNICOS Y ARQUIMEDIANOS

POLIEDROS CONVEXOS, REGULARES Y SEMIREGULARES

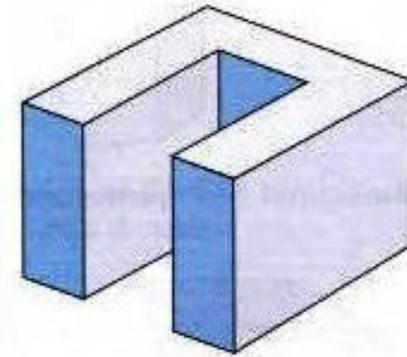
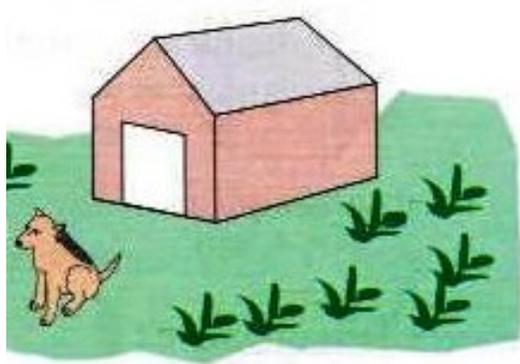
Una experiencia
didáctica

Raúl Rivilla Bastante

DEFINICIONES BÁSICAS

- Convexidad - Concavidad

Un conjunto C es convexo si $\forall a, b \in C$ y $\forall t \in (0,1) \Rightarrow (1-t)a + tb \in C$



POLIEDROS REGULARES - SÓLIDOS PLATÓNICOS

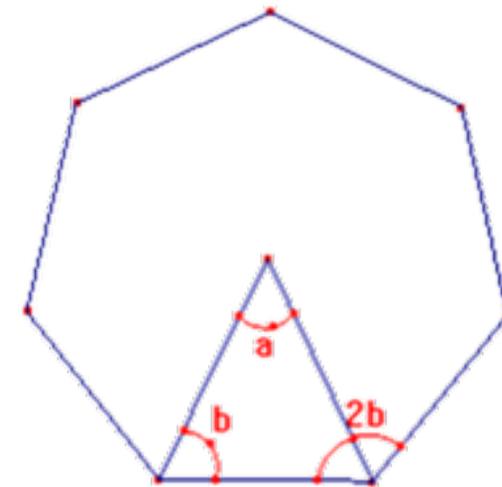
Cálculo del ángulo interior de un polígono regular

Actividad 1: Ángulos interiores de los siguientes Polígonos Regulares

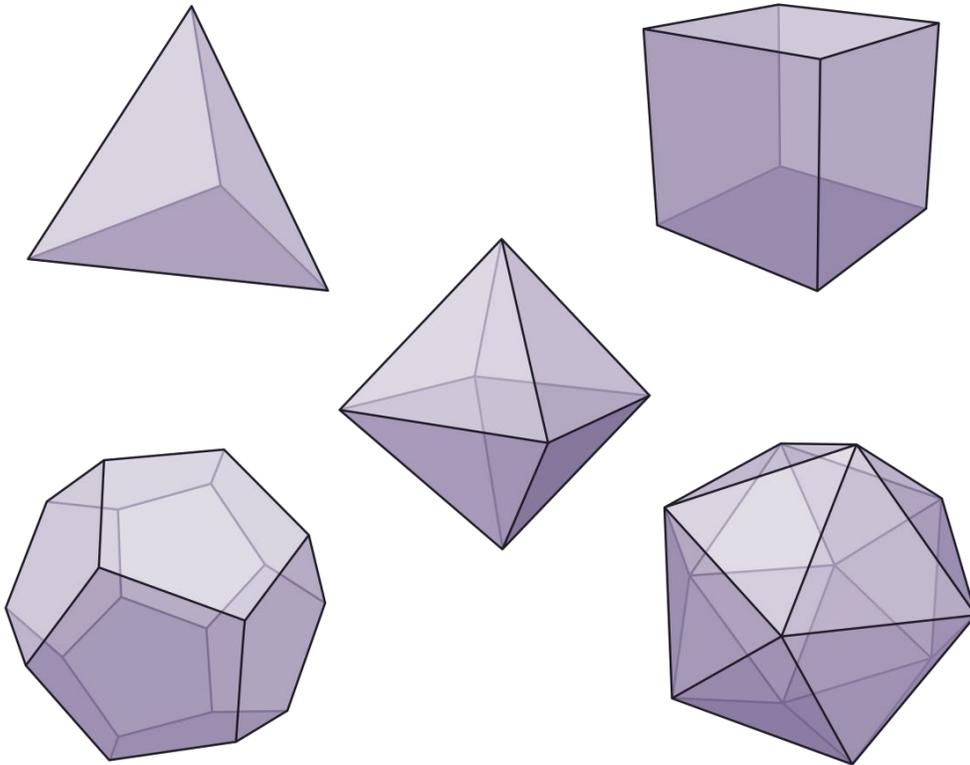
Polígono	Ángulo Central	Ángulo Interior	Polígono	Ángulo Central	Ángulo Interior
Triángulo Equilátero			Cuadrado		
Pentágono Regular			Hexágono Regular		
Heptágono Regular			Octógono Regular		

Completa las frases:

- El ángulo interior y el central suman _____ grados, son por tanto, _____
- Cuanto mayor es el número de lados, el ángulo central es _____, sin embargo, el interior es cada vez _____



SÓLIDOS PLATÓNICOS



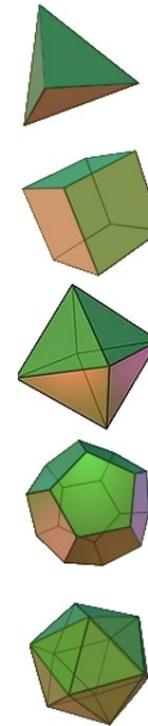
POLIEDROS REGULARES - SÓLIDOS PLATÓNICOS

Actividad 2: Posibles Poliedros Regulares

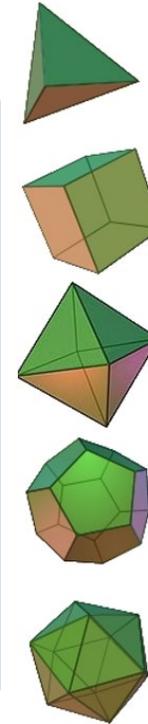
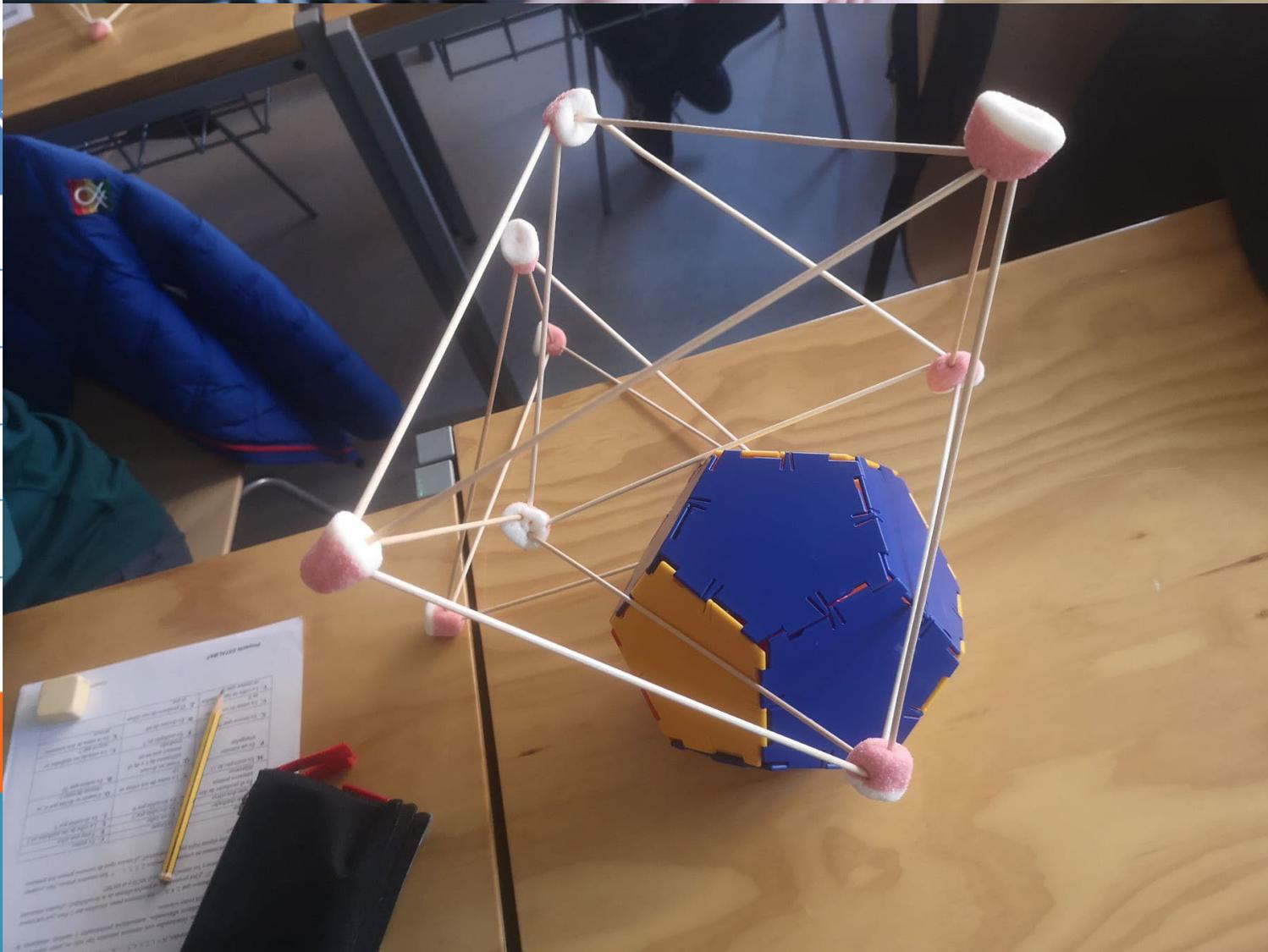
Polígono utilizado	Vértices de Orden	Ángulos que confluyen en un punto	Nombre del poliedro	Platón los asocia con el elemento natural...
Triángulo Equilátero				
Triángulo Equilátero				
Triángulo Equilátero				
Cuadrado				
Pentágono				
Hexágono				

Observa:

- En el plano hay _____ polígonos regulares, sin embargo, en el espacio hay _____ poliedros regulares. Estos poliedros reciben el nombre de _____



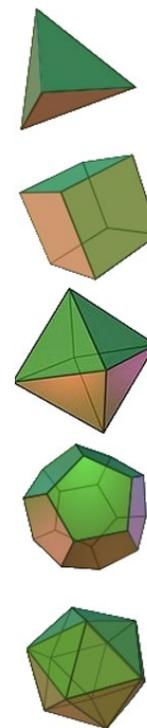
POLIEDROS REGULARES - SÓLIDOS PLATÓNICOS



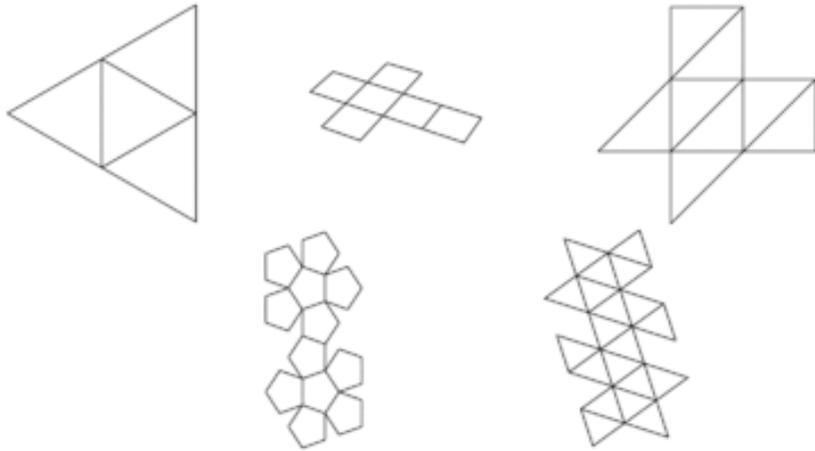
POLIEDROS REGULARES - SÓLIDOS PLATÓNICOS

Actividad 3: Estudiando los elementos de los sólidos platónicos:

Nombre del Poliedro	Polígono en las Caras	Vértices de Orden	Ángulos que confluyen en un punto	Caras	Vértices	Aristas
<p>Observa:</p> <ul style="list-style-type: none"> En todos los poliedros las caras, los vértices y las aristas están relacionados mediante la fórmula _____ . Este hecho es el famoso Teorema de _____ . Si en el centro de cada cara situáramos unos puntos que fueran vértices de unos nuevos poliedros, ¿qué obtendríamos en cada caso? En el caso del _____ tendríamos un _____ ; en el caso del _____ tendríamos un _____ ; en el caso del _____ tendríamos un _____ ; en el caso del _____ tendríamos un _____ y, por último, en el caso del _____ tendríamos un _____ . A este hecho se le conoce como dualidad de los poliedros. 						

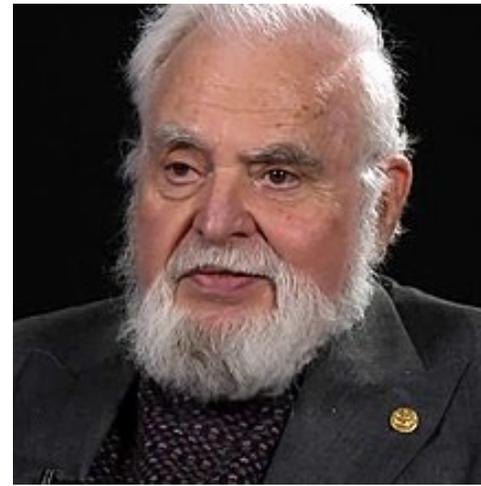


SÓLIDOS PLATÓNICOS - DESARROLLO PLANO



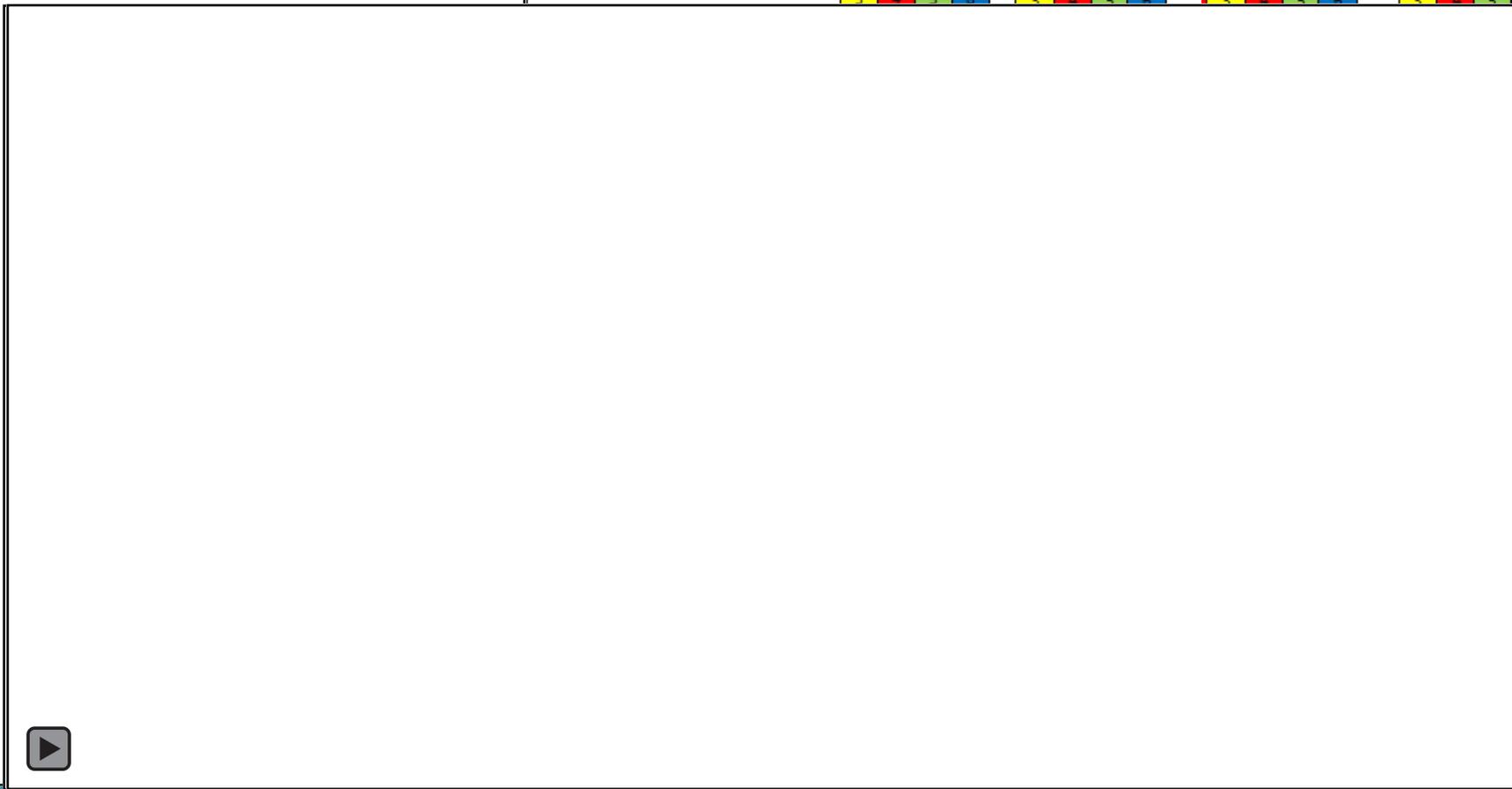
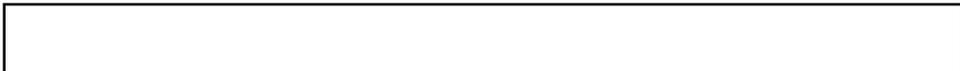
CUBO

ACTIVIDAD HEXOMINÓS

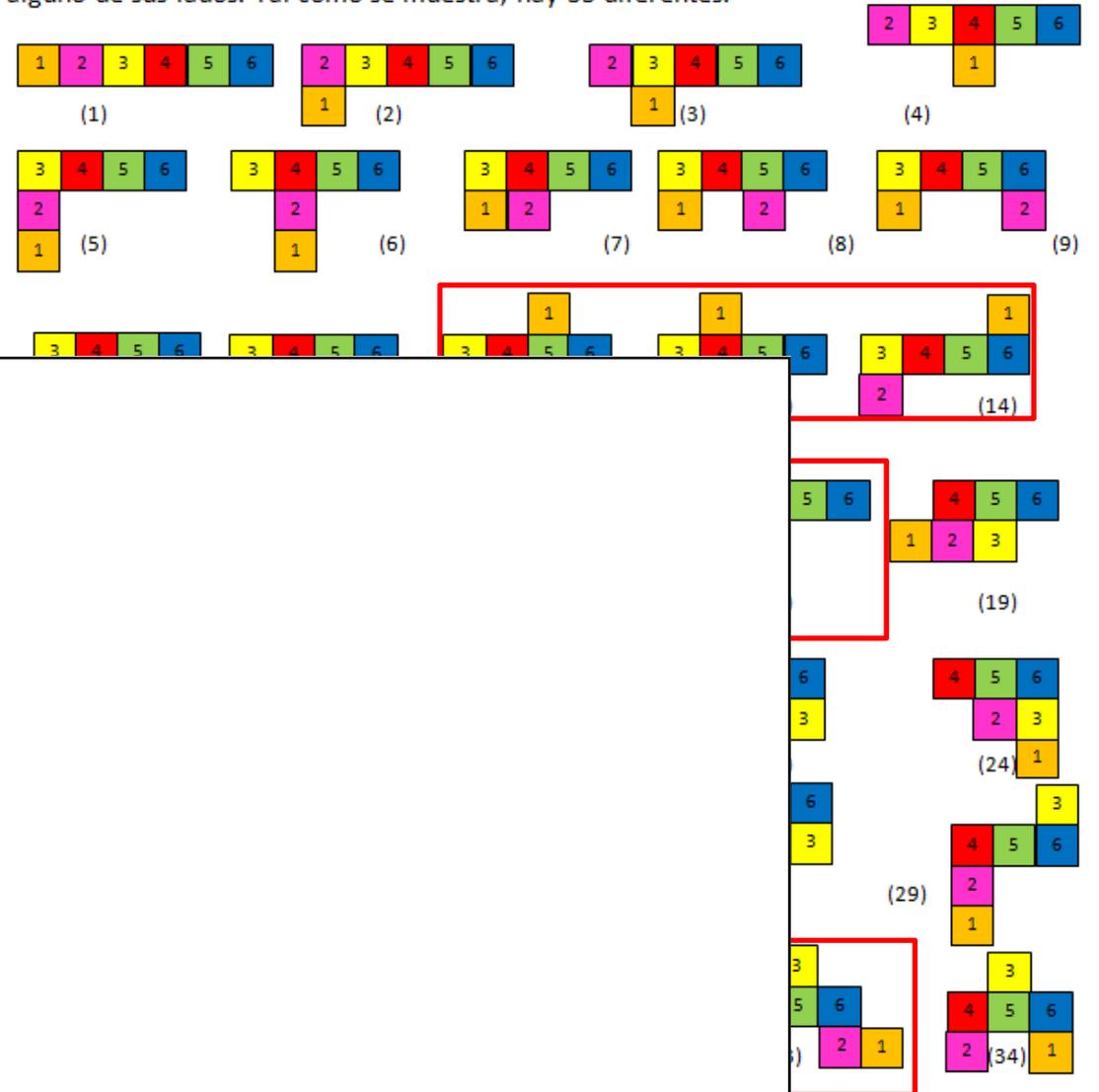


SÓLIDOS PLATÓNICOS - DESARROLLO PLANO

Cuestión 1: ¿Quiénes forman un cubo?



HEXOMINÓS: Los hexominós son poliminós formados por seis cuadrados unitarios unidos por alguno de sus lados. Tal como se muestra, hay 35 diferentes.



h cubo perfecto. Identificalos.
darían enfrentadas cuando, una
desarrollos planos del octaedro

SÓLIDOS PLATÓNICOS - DESARROLLO PLANO

Cuestión 2: Identifica...

- Los 20 sin simetría alguna
- Los 6 con sólo un eje de simetría paralelo a los lados
- Los 2 con sólo un eje de simetría a 45°
- Los 7 con simetría rotacional
- Los 2 con dos ejes de simetría

HEXOMINÓS: Los hexominós son poliminós formados por seis cuadrados unitarios unidos por alguno de sus lados. Tal como se muestra, hay 35 diferentes.

Cuestión 1: De los 35 hexominós, sólo 11 pueden formar un cubo perfecto. Identifícalos.

- Numera sus caras y di qué parejas de caras quedarían enfrentadas cuando, una vez plegadas, el cubo tuviera tres dimensiones

Cuestión 2: Análogamente, con 8 triáng. equilát., busca los desarrollos planos del octaedro

Cuestión 3: En relación a la simetría de estas figuras:

SÓLIDOS PLATÓNICOS - DESARROLLO PLANO

Cuestión 3:

¿Mayor/menor perímetro?

¿Mayor/menor área?

¿Mayor/menor distancia máxima?

HEXOMINÓS: Los hexominós son poliminós formados por seis cuadrados unitarios unidos por alguno de sus lados. Tal como se muestra, hay 35 diferentes.

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15) (16) (17) (18) (19) (20) (21) (22) (23) (24) (25) (26) (27) (28) (29) (30) (31) (32) (33) (34) (35)

Cuestión 1: De los 35 hexominós, sólo 11 pueden formar un cubo perfecto. Identifícalos.

- Numera sus caras y di qué parejas de caras quedarían enfrentadas cuando, una vez plegadas, el cubo tuviera tres dimensiones

Cuestión 2: Análogamente, con 8 triáng. equilát., busca los desarrollos planos del octaedro

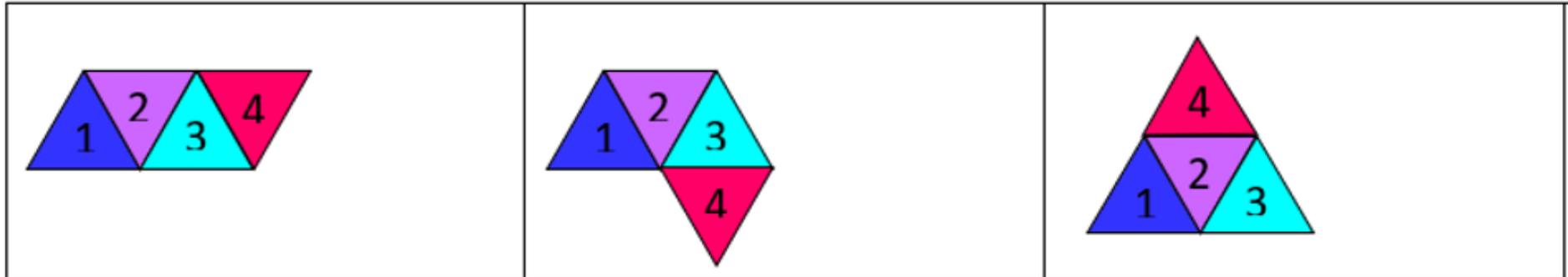
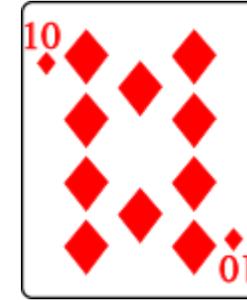
Cuestión 3: En relación a la simetría de estas figuras:

SÓLIDOS PLATÓNICOS

– DESARROLLO PLANO

Thomas H. O'Beirne (Glasgow, 1915)

Polidiamante – Poliamante



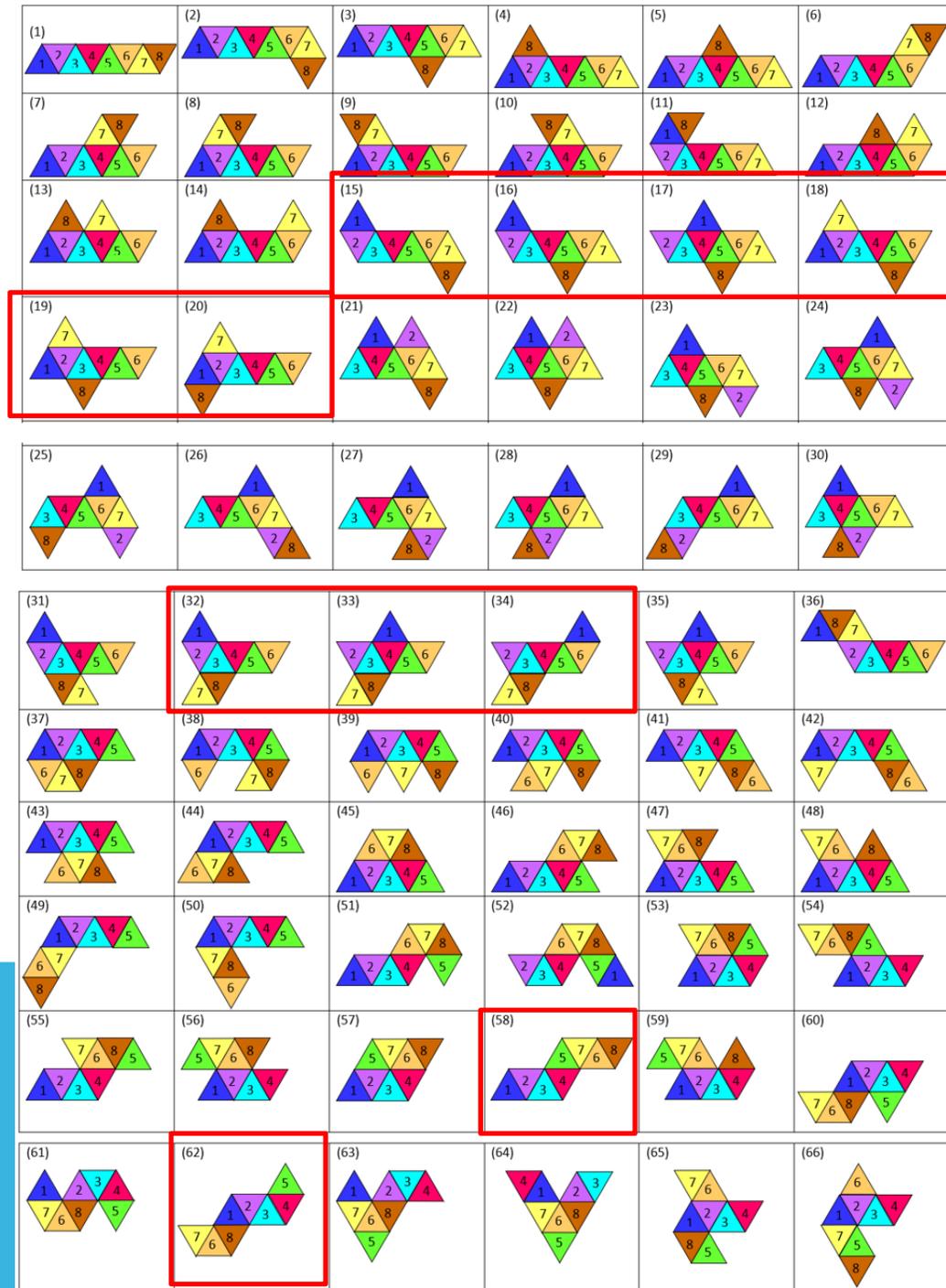
SÓLIDOS PLATÓNICOS

DESARROLLO PLANO

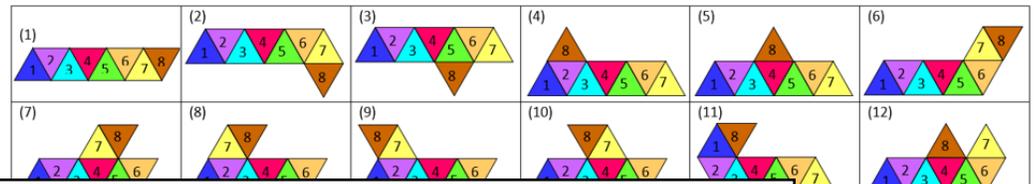
Thomas H. O'Beirne
(Glasgow, 1915)

Polidiamante

Poliamante



SÓLIDOS PLATÓNICOS

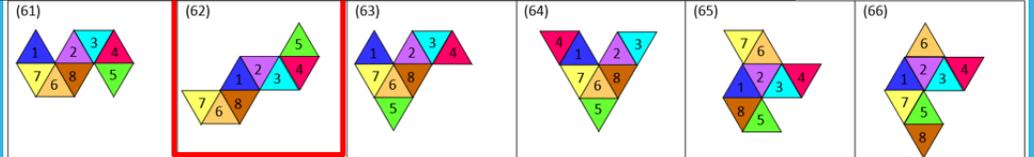
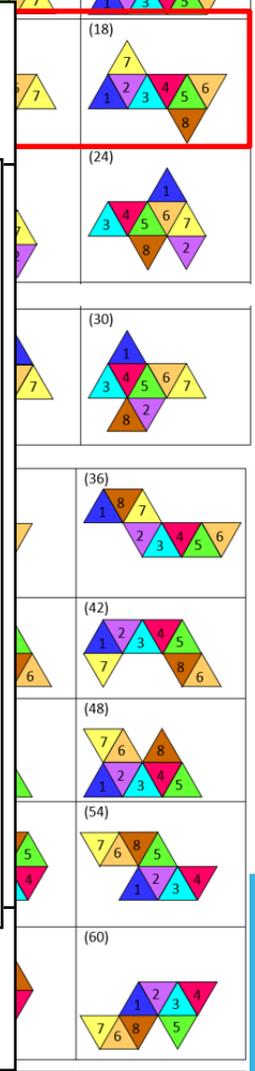
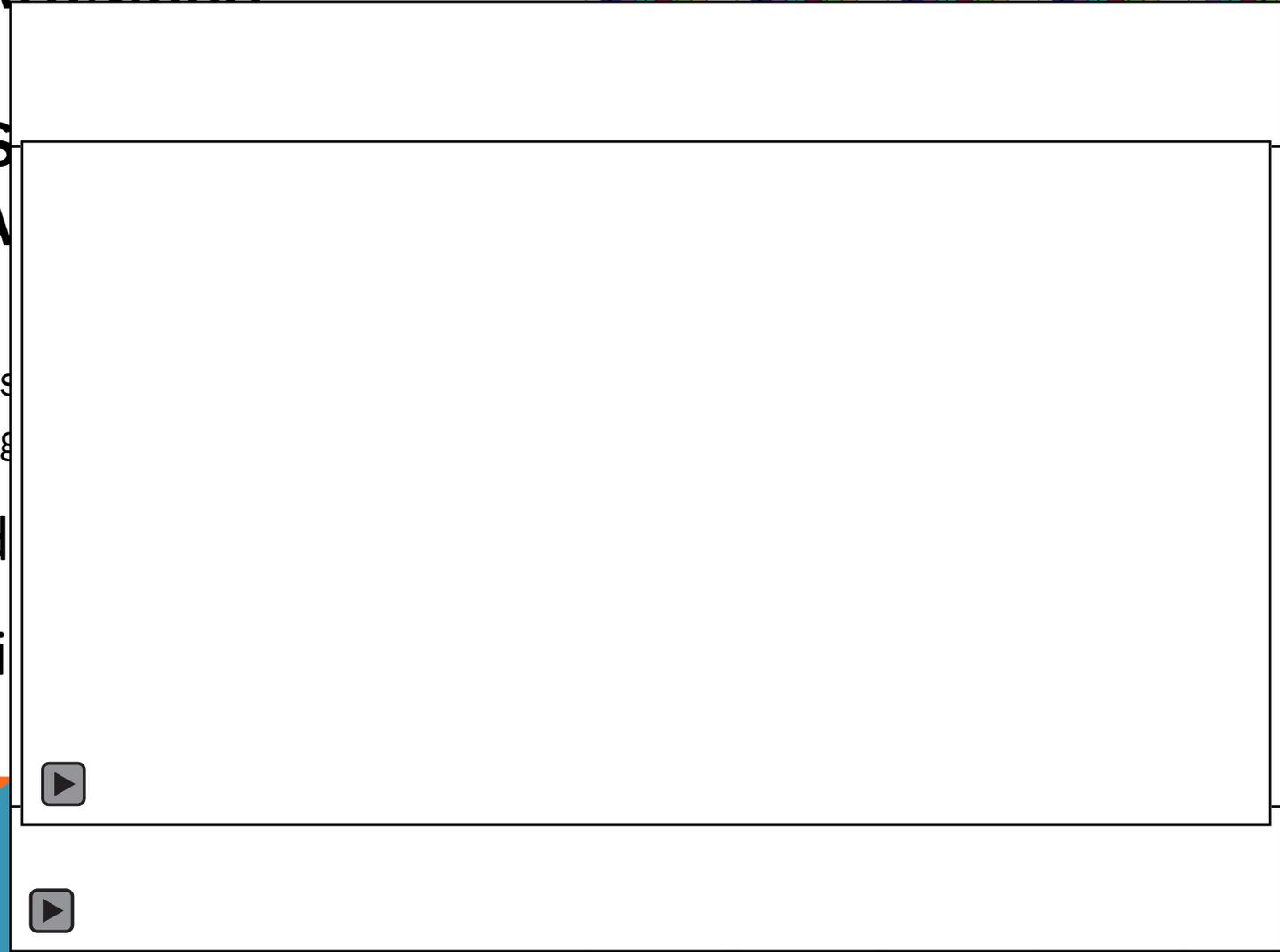


DES
PLA

Thomas
(Glasg

Polid

Poli

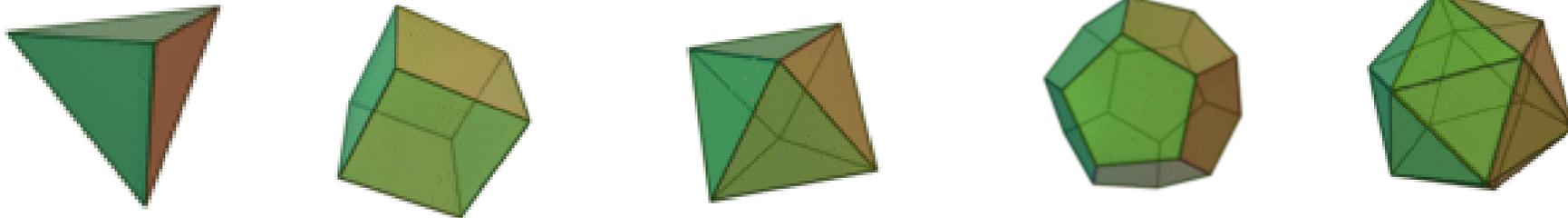


DULCE CONSTRUCCIÓN

ARISTAS – PALILLOS

VÉRTICES – CHUCHES

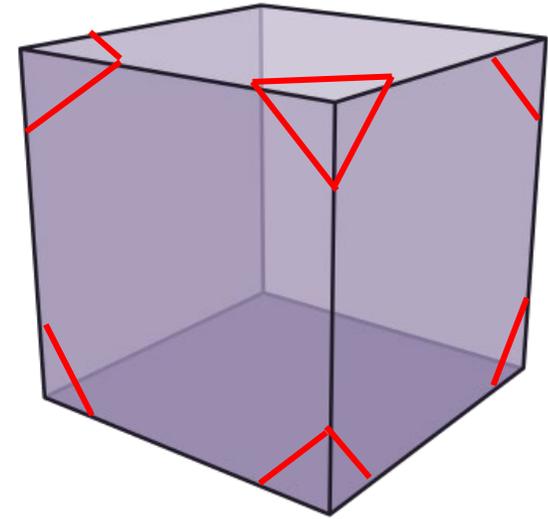
RECORDAD ORDEN DE LOS VÉRTICES



SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS

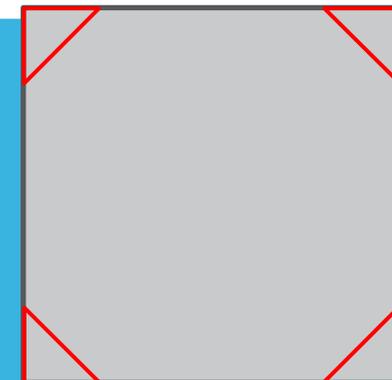
- Caras: polígonos regulares de 2 o más tipos
- Son poliedros convexos
- Todas sus aristas tienen la misma longitud
- La suma de los ángulos internos de las caras en un vértice $< 360^\circ$
- Satisface el **Teorema de Euler:**

$$C + V = A + 2$$



Problemas métricos...

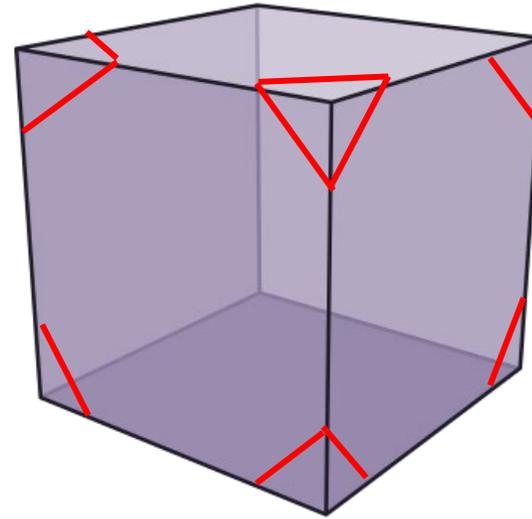
¿Tamaño trozos a “truncar”?



SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS

- Caras: polígonos regulares de 2 o más tipos
- Son poliedros convexos
- Todas sus aristas tienen la misma longitud
- La suma de los ángulos internos de las caras en un vértice $< 360^\circ$
- Satisface el **Teorema de Euler:**

$$C + V = A + 2$$

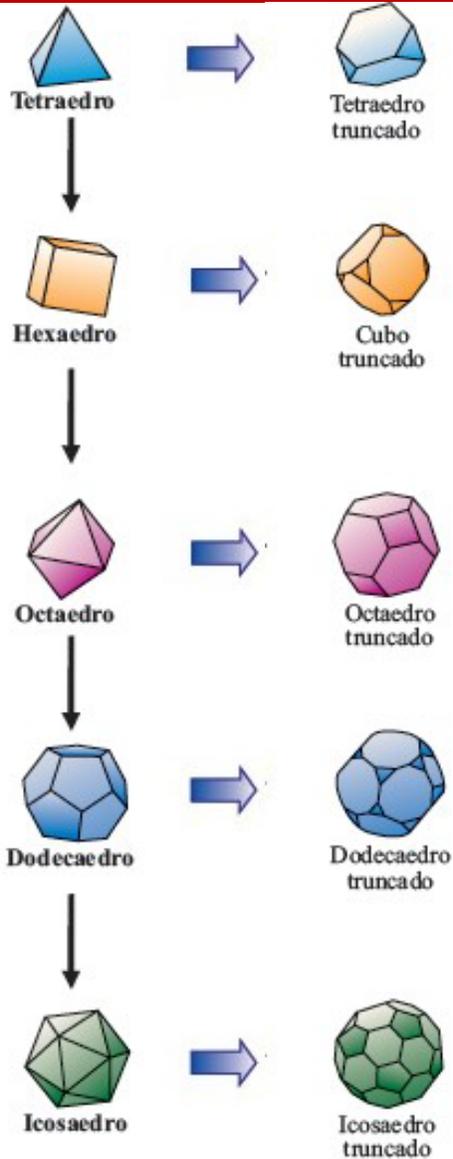


El sólido, renace...

CUBO	
CARAS (Cuadrados)	6
VÉRTICES	8
ARISTAS	12

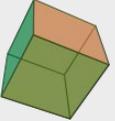
Cubo Truncado	
CARAS	
VÉRTICES	
ARISTAS	72 / 2

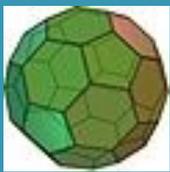
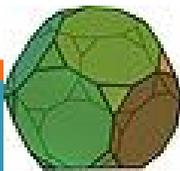
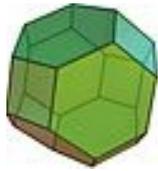
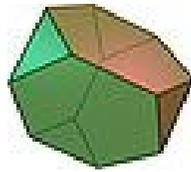
SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS: TRUNCAMIENTO



SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS

Sólido Platónico

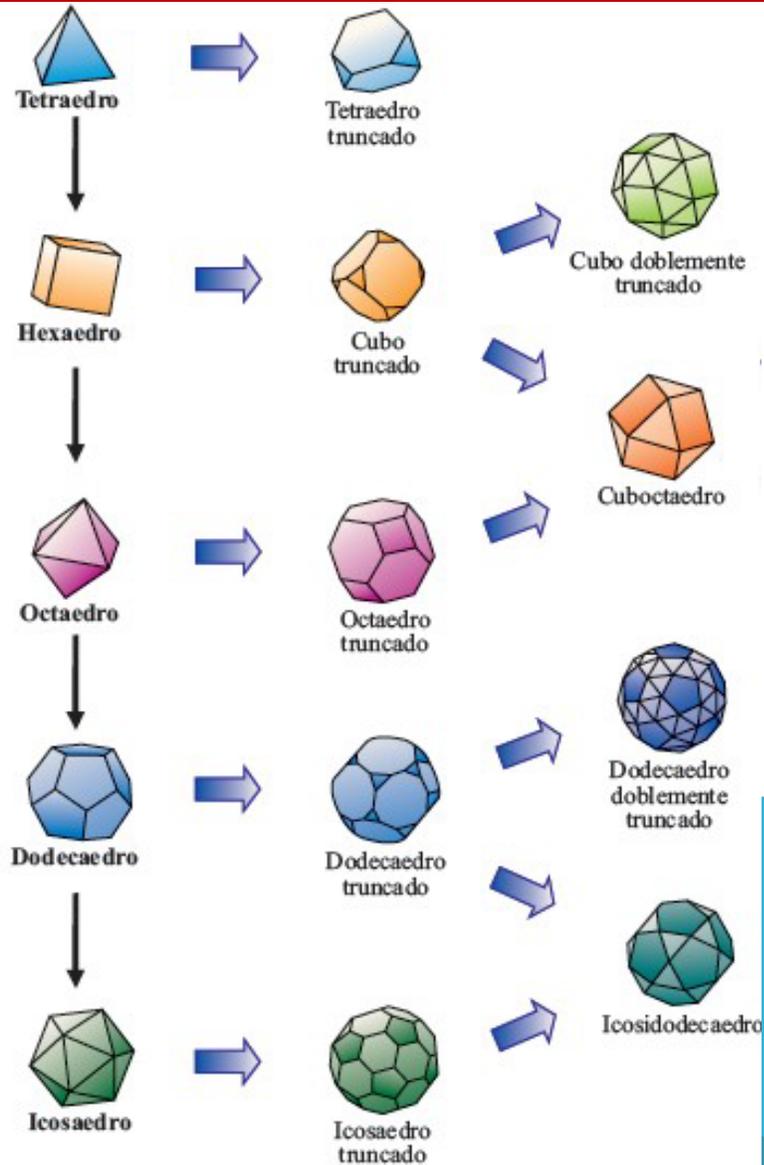
Tetraedro 	C	4
	V	4
	A	6
Cubo 	C	6
	V	8
	A	12
Octaedro 	C	8
	V	6
	A	12
Dodecaedro 	C	12
	V	20
	A	30
Icosaedro 	C	20
	V	12
	A	30



Arquimedianos 1

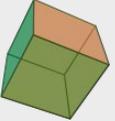
Tetraedro truncado	C	
	V	
	A	
Cubo truncado	C	
	V	
	A	
Octaedro truncado	C	
	V	
	A	
Dodecaedro truncado	C	
	V	
	A	
Icosaedro truncado	C	
	V	
	A	

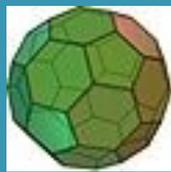
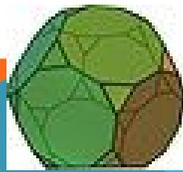
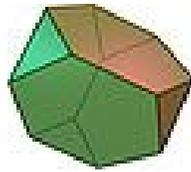
SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS: TRUNCAMIENTO



SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS

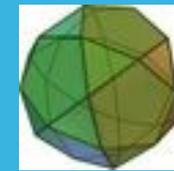
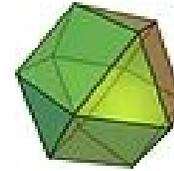
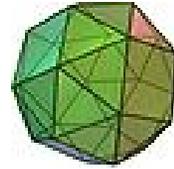
Sólido Platónico

Tetraedro 	C	4
	V	4
	A	6
Cubo 	C	6
	V	8
	A	12
Octaedro 	C	8
	V	6
	A	12
Dodecaedro 	C	12
	V	20
	A	30
Icosaedro 	C	20
	V	12
	A	30



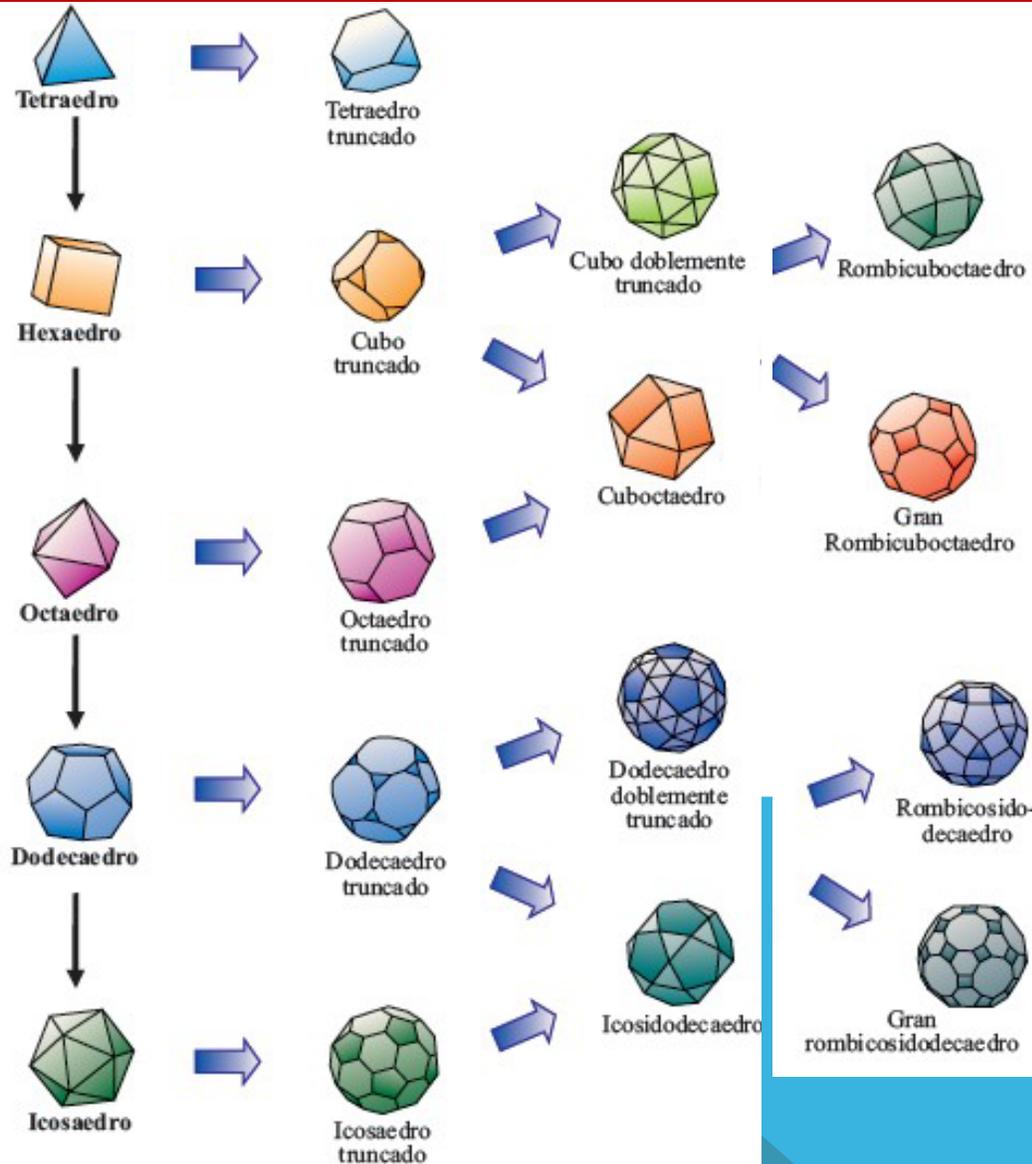
Arquimedianos 1

Tetraedro truncado	C	8
	V	12
	A	18
Cubo truncado	C	14
	V	24
	A	36
Octaedro truncado	C	14
	V	24
	A	36
Dodecaedro truncado	C	32
	V	60
	A	90
Icosaedro truncado	C	32
	V	60
	A	90



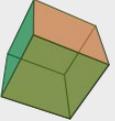
Arquimedianos 2

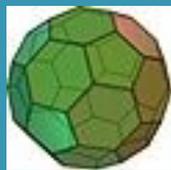
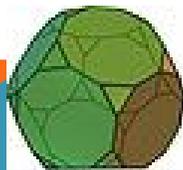
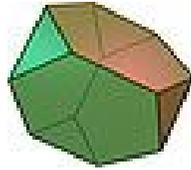
SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS: TRUNCAMIENTO



SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS

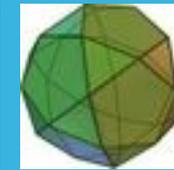
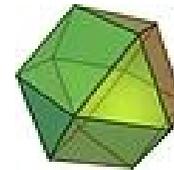
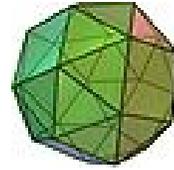
Sólido Platónico

Tetraedro 	C	4
	V	4
	A	6
Cubo 	C	6
	V	8
	A	12
Octaedro 	C	8
	V	6
	A	12
Dodecaedro 	C	12
	V	20
	A	30
Icosaedro 	C	20
	V	12
	A	30



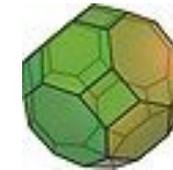
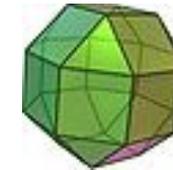
Arquimedianos 1

Tetraedro truncado	C	8
	V	12
	A	18
Cubo truncado	C	14
	V	24
	A	36
Octaedro truncado	C	14
	V	24
	A	36
Dodecaedro truncado	C	32
	V	60
	A	90
Icosaedro truncado	C	32
	V	60
	A	90



Arquimedianos 2

Cubo Romo (doblemente truncado)	C	38
	V	24
	A	60
Cubo-octaedro	C	14
	V	12
	A	24
Dodecaedro romo (doblemente truncado)	C	92
	V	60
	A	150
Icosi-dodecaedro	C	32
	V	30
	A	60



Arquimedianos 3



Sólidos platónicos: Son los únicos poliedros regulares convexos. (5)

Sólidos arquimedianos: Sus caras son polígonos regulares de dos o más tipos y tienen sus vértices uniformes. La mayoría de ellos se obtienen truncando los sólidos platónicos. (13)

Sólidos de Catalan: Sus caras son polígonos irregulares iguales. Son poliedros duales de los arquimedianos. (13)

Sólidos de Johnson: Sus caras son polígonos regulares. No hace falta que todas sus caras sean iguales o que sus aristas o vértices sean uniformes. (92)

Prismas: Tienen dos caras iguales y paralelas llamadas bases, y caras laterales que son paralelogramos. Tienen sus vértices uniformes. (∞)

Antiprismas: Tienen dos bases, pero estas están giradas y las caras laterales son triángulos. Tienen sus vértices uniformes. (∞)

Sólidos de Kepler-Poinsot: Son los únicos poliedros regulares no convexos (4)

PRINCIPALES FAMILIAS DE POLIEDROS